測圓海鏡細草

測圓海鏡細草卷第十一

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

雜糅一十八問

或問城南有槐樹一株城東有柳樹一株甲出北門東行丙出西門南行甲丙槐柳悉與城參相直既而丙就柳行五百四十四步至柳樹下甲就槐行四百二十五步至槐樹下問

荅同前

法曰甲就步自之於上以二行相減數自之

減上位爲實二之二行相減數併入二之甲就步爲從一步常法得平弦[illegible]

草曰別得丙就步爲邊弦也甲就步爲底弦也邊弦即皇弦高弦共也底弦即皇弦平弦共也二行相併即大弦皇弦共也二行相減即皇極勾股較也倍皇弦以減於大弦餘即虛弦也倍皇弦內減邊弦餘即重弦也倍皇弦內減底弦餘即明弦也皇極弦加一差案一差即皇極勾股較則大差弦也內減一差則小差弦

也立天元一爲平弦加一皇極勾股差得丨元
𝍣即高弦也高弦自之得丨𝍥元𝍡𝍢內加天元
冪得‖丨𝍥元𝍡𝍢爲皇弦冪寄左然後以天元減
底弦得下式丅元𝍫𝍣自之得丨𝍫元𝍥𝍣爲同數與
左相消得丅𝍥𝍣𝍫𝍣開平方得一百三十六步
即平弦也餘各依法求之合問
或問出南門東行有槐樹一株甲出北門東行
斜望槐樹與城相直就槐樹行二百七十二
步出東門南行有柳樹一株丙出西門南行

斜望柳樹與城相直就柳樹行五百一十步

問荅同前

法曰云數相併而半之以自乘於上半丙斜

行以爲冪半甲斜行以爲冪併二冪減上位

爲實併云數爲益從一步平隅得虛弦以

草曰別得丙斜行爲黃廣弦也亦爲兩个高

弦也此勾則城徑也甲斜行卽黃長弦也亦

爲兩个平弦也此股則城徑也二數相併得

卌卽大弦虛弦共也二數相減餘卌卽兩个

皇極差也二數相併而半之得[illegible]卽皇極和

也立天元一爲虛弦以減於皇極和得卜[illegible]太

卽皇極弦也以自之得丨[illegible]元[illegible]爲皇弦羃寄

左然後以高弦自之得[illegible]以平弦自之得[illegible]

二自乘數相併得[illegible]與左相消得丨[illegible]開

平方得一百二卽虛弦也合問

或問甲從坤隅南行不知步數而立乙從艮隅

南行一百五十步望見甲復斜行五百一十

步與甲相會問荅同前

法曰斜行自之於上倍南行減斜餘自之以減上爲實倍南行減斜又四之爲從八步常法平方得半徑

草曰別得南行即小差股斜行即黃廣弦也小差股內減半徑餘即半个黃廣積上股弦差也全徑即其勾也立天元一爲半城徑減於乙南行倍之得[illegible]即一个黃廣積上股弦差也以減於斜行步餘[illegible]即股也自之[illegible]爲股冪也又倍天元以自之爲大

勾冪加入大股冪得下[illegible]元[illegible]寄左然後以

斜行冪[illegible]與寄左相消得下式[illegible]開平

方得一百二十步卽半徑也合問

或問乙從艮隅東行不知遠近而止甲從坤隅

東行一百九十二步望見乙復斜行二百七

十二步與乙相會問荅同前

法曰倍東行減斜行得數自爲冪以減於斜

行冪爲平實倍東行減斜行又四之爲從八

益隅翻法開平方得半徑

草曰別得甲東行即大差勾也斜行則黃長弦也大差勾內減半徑餘即半个黃長積上勾弦差也全徑即其股也立天元一爲半城徑減甲東行倍之得[illegible]即一个黃長積上勾弦差也以減於斜行步得[illegible]即黃長勾也以自之得[illegible]爲勾冪於上倍天元以自之加上位得下式[illegible]爲弦冪寄左然後以斜行冪[illegible]爲同數與左相消得[illegible]平開得一百二十步即半城徑也合問

或問甲從坤東行一百九十二步丙從艮南行
一百五十步望見之問荅同前
法曰二行相乘倍之爲平實如法得圓徑
草曰別得甲行卽大差勾丙行卽小差股此
二數相乘恰與大小差相乘正同如法相乘
訖倍之得吭||||丅〇爲圓徑冪寄左然後立天元
爲圓徑以自之與左相消得卜〇||||丅開平方
得二百四十步卽城徑也合問
又法以二行相減數減於二行相併數餘者半

之於上復以二行相減數加於上即城徑

草曰別得甲東行減於徑爲虛勾也丙南行減於徑爲虛股也二行共爲一徑一虛弦共也二行相減即虛和也以相併數相減數又相減即兩个虛弦也如法求得虛和即虛弦則相併得倍即城徑也合問

案又法未合蓋以二行相減爲虛較而草中誤以爲虛和也其義甚淺非難知者是殆偶爾之遺忘然可以決其爲當日未定

之橐矣

或問出西門南行二百二十五步有塔出北門東行六十四步望塔正當城徑之半問荅同前

法曰二行相乘爲平實一步常法得半徑

草曰別得二百二十五步爲高股此乃半徑爲勾之股也其六十四步爲平勾此乃半徑爲股之勾也二數相併卽皇極弦也二數相減卽中差內去皇極差也又別得二行相乘

恰是半徑冪一段此與半梯頭相乘其意正同今且以弦上容圓取之立天元一爲半徑副之上加南行得元𝍢𝍨爲股也下加東行步得元𝍧爲勾也勾股相乘得丨𝍢𝍨元𝍡𝍤〇〇爲大直積以天元半徑除之得元𝍢𝍨𝍡𝍤〇〇爲勾股和寄左然後併勾股得元𝍢𝍨與左相消得十〇𝍡𝍤〇〇開平方得一百二十步即半徑也合問

或問丙從乾隅南行丁從艮隅亦南行甲從乾隅東行乙從坤隅亦東行各不知步數四人

悉與城相直只云丙行丙減丁行餘四百五十步甲行丙減乙行餘一百二十八步問荅

同前

法曰二行相乘爲實一步常法得城徑

草曰別得丙行卽大股丁行卽小差之股也甲行卽大勾乙行卽大差之勾也其𝍢𝍩〇卽黃廣股其𝍠𝍡𝍧卽黃長之勾也立天元一爲城徑先置黃廣股𝍢𝍩〇爲股方差以𝍠𝍡𝍧爲勾方差以乘之得𝍣𝍱𝍥〇爲城徑冪 寄左 然後以天元冪與

左相消得下式十〇𝍣𝍮〇開平方得二百四十
步合問
或問出南門東行有槐樹一株出東門南行有
柳樹一株丙丁二人同立於坤隅甲乙二人
同立於艮隅丁直東行至槐而止乙直南行
至柳而止丙直南行甲直東行四人遙相望
見只云丙行多於丁行一百六十八步乙行
多於甲行七十步問荅同前
法曰云數相乘爲實二數相減又半之爲法

得城徑

草曰別得皿即大差勾股較也其亠〇即小差上勾股較也二數相併爲大差弦內減小差弦也二數相較又半之爲皇極弦與城徑差也二數相併而半之即皇極差也立天元一爲圓徑二云數相減又半之加天元得阮川≡爲極弦也併二數而半之得皿爲極差也副置極弦上位加極差得阮皿爲弦較和也下位內減極差得阮弋〇爲弦較較也上下相乘

得𝍠𝍫𝍢元𝍣𝍮〇為二直積寄左然後以天元一乘

極弦得下式𝍠𝍣𝍫元為同數與左相消得𝍣𝍯𝍣𝍮〇

上法下實如法而一得二百四十步即城徑

也合問

或問甲從坤東行丙從艮南行適相見斜行一

百二十步甲丙相會丙云我南行不及汝四十

二步問荅同前

法曰二數相併以斜行乘於上二數相併而

半之以乘相併數減上位為平實併二數又

倍之爲從〔鋭案〕倍之下有脱文當云併二數又倍之於上併二數又加斜行以減上位爲從一步常法得虛勾

草曰別得一百二十步卽虛弦四十二步卽虛較也又斜行得虛股爲甲東行此便爲大差勾也斜行步得虛勾爲丙南行此便是小差股也立天元一爲虛勾加斜行步得丨元丨〇二爲小差股也以不及步加於小差股得下式元丨三丨丨丨爲大差勾也勾股相乘得丨丨元丨三丨丨爲半段黃方冪寄左然後再置虛勾加不及步得元

|||⊫為虛股又加入天元得阮|||⊫為虛和又加入虛弦得阮|‖||為圓徑以自之得||||||⊪阮|||⊪又半之與寄左相消得|||⊫||||⊪𝍠平方開得四十八步即虛勾也合問

或問甲從城心東行丙從城心南行庚從巽隅西行壬從巽隅北行四人遙相望見各不知步數只云甲丙共行了三百九十一庚壬共行了一百三十八問荅同前

法曰云數相乘為實相併為法得虛弦|⊓|

草曰別得甲丙共爲皇極和也又爲極弦極黃共庚壬共爲太虛和也又爲虛弦虛黃共立天元一爲皇極黃方面亦爲虛弦也減於甲丙共得即極弦也又以天元減於庚壬共得即太虛黃方面也以太虛黃方面乘極弦得寄左然後以天元冪與左相消得上法下實如法得一百二即皇極黃方面也合問案此亦係相消後得一邊之二數者

或問甲從乾隅東行不知步數而止丙向南行

亦不知步數望見甲就甲斜行七百八十步
與甲相會甲云我行地雖少於汝以我東行
步爲法除汝南行步則汝止得二步四分問

荅同前

法曰斜步自之爲平實除步自之又加一步
爲隅得甲東行𝍢〇〇

草曰此問所求城徑與諸問竝同其勾股則
與前後諸率不同今特爲此草者欲使後學
有以考較諸率當否也立天元一爲甲東行

即大勾以乘二步四分得元爲長以自之得太為股冪又併入天元冪得〇元爲弦冪寄左

乃以斜行自之得太爲同數與左相消得〇開平方得三百步即甲東行也以二步四分乘之得七百二十步即丙南行也倍丙南行以甲東行乘之得四十三萬二千爲實以三事和一千八百爲法除之得二百四十步即城徑也合問

或問小差黃方面少於大差黃方面八十四步

太虛黃方面少於皇極黃方面六十六步問

荅同前

法曰半八十四爲中差以中差減六十六爲二小差又中小差相併爲大差乃以小差乘大差爲平實半步常法得虛黃三十六

草曰別得八十四爲兩个虛積中差其六十六爲虛積大小差併半八十四得𝍬𝍡爲虛中差也以中差減六十六餘二十四半之得𝍩𝍡即虛小差也以小差反減六十六餘𝍭𝍣即虛

大差也又別得小差黃方爲兩事股大差黃方爲兩明勾也立天元一爲虛黃方置三位上加小差得元丨二爲虛勾也中加大差得下元川三爲虛股也下加大小差併得元丄丁爲虛弦也三位併之得川卜太卽城徑也倍虛勾減城徑得元卜三爲大差黃方面也又倍虛股減城徑得元丨三爲小差黃方面也半小差黃方面得〇川卜太以乘大差黃方面得〇川丄元卜川爲一个虛直積寄左　乃以虛勾虛股相乘得下一

丄𠅆卝為同數與左相消得○卌○卝平方開得三十六步卽虛黃方也其餘依法求之今問據此問既別得大小差正數自可以求得黃方面也諸如此類實不須草然今特為細草者庶使後學知其求歷也

或問大差弦較較減皇極弦餘四十九步小差弦較和減太虛弦餘一百三十八步又皇極差一百一十九步問荅同前

法曰併前二數為冪內減極差冪為平實從

空二箇隅得虛弦

草曰別得大差弦較較與小差弦較和皆同爲圓徑也又二數相併得爲明弦直弦共又爲極和內少兩个虛弦也共一百三十八卽虛和也則旁差也立天元一爲虛弦加入一百三十八得爲圓徑也又加入得爲極弦以自之得又倍之得內却減極差冪得下式爲和冪寄左　乃倍天元加併數得爲極和

以自增乘得川丨卌元丨丌丌丌為同數與左相消得卄
〇元丨丌丌丌開平方得一百二步即虛弦也加入一
百三十八得二百四十步為圓徑合問前二數相
併加虛弦便是極弦
或問小差不及平弦五十六步高弦不及大差
一百五步問荅同前
法曰以前數自之為實二數相減為法得平
勾六十四
草曰別得云數相併得〣為平勾不及高股

也此數得極差則通差也此數內減虛差則
極差也云數相減餘⿰川言即城徑不及極弦也
以前數減於半徑餘即平勾也以後數加於
半徑即高股也倍前數加小差則為股圓差
之勾也此與前數加平弦同倍後數減於大
差則為勾圓差之股也此與後數減於高弦
同立天元一一為平勾加相併數得阮山即高
股也又加天元得阮山即極弦也內減二云
數差得阮卜二為城徑也半之得阮ⅢⅠ以自之

得丨‖元‖‖丄為半徑冪寄左　然後以天元乘高股得丨‖元為同數與左相消得‖亖‖‖丄上法下實得六十四步即平勾也合問

又法云數相得為實相減為法得半徑〇

草曰立天元為半徑副之上內減五十六得元丅為平勾下加一百五得元〇‖‖為高股上下相乘得丨‖元‖‖丅太為半徑冪寄左　以天元冪與左相消得下式‖亖‖‖丅上法下實得一百二十步即半徑也合問

或問通勾通弦共一千步大差小差共得四百四十步問荅同前

法曰以二差共減於一千又半之以自乘為平實以二差共減於一千又半之加入二之之前數為從前數謂一千也。案此語有誤應加入二之後數後數謂大小差共也。鋭案當云加入二之後數為從後數謂四百四十也二步二分五釐益隅得勾圓差丄三。

草曰立天元一為小差數加入後數得𠂆元卌。却以減於前數得𠂆元卌丄折半得㖃元丄。為一个

圓徑也以自之得下式〇‖元‖丅〇寄左然後以

天元減後數得丨元‖丅〇爲大差以天元乘之又

倍之得‖‖元‖‖與左相消得‖‖‖〇丅〇‖丅〇開平方得

八十步卽勾圓差也

或問皇極三事和六百八十步太虛弦和較訂

問荅同前

法曰二數相得爲實半之後數爲益從五分

常法平開得城徑‖〇

爲圓徑內減三个後數而半之得〇三||||太爲
太虛大小差併也却加入兩个後數卄得下
〇三||||太爲虛和也又以虛和減天元得下〇元–||||
爲虛弦也置通弦即皇極三事和也內加天元得下
式元||||〇即通和也乃置通和以虛弦乘之得
下式〇三|||元|||〇寄左再置虛和以通弦乘之得
下||元|||〇爲同數與左相消得〇三–||||||||開平方
得二百四十步卽城徑也合問
或問出南門行一百三十五步有樹出北門行

一十五步折而東行二百八步望見樹問荅

同前

法曰以東行步乘南行步得數又自乘爲實以東行步自乘乘南行步又倍之爲從東行步自乘於上併南北二行步以減於東行步餘數自之爲冪以減上再寄位又併南北二行步以東行步乘而倍之內減再寄爲第一益廉四之東行步於上又併南北二行步減於東行步又四之減上位爲第二益廉四步

虛隅開三乘方得半徑

草曰立天元一爲半徑即高勾也置南行加天元得元爲高弦也置大勾以高弦乘之得元復以高勾除之得下式爲大弦也令之自乘得寄位又置二之天元加南北行併得元爲大股復用大勾二百八減之得元爲較也以自乘得元爲較冪以減寄位得太爲二直積寄左再置大股元以大勾乘之得元爲直積

又倍之得[illegible]元[illegible]為同數與左相消得[illegible]

[illegible]翻法開三乘方得一百二十步即城徑之半也合問

或問出北門一十五步折而東行二百八步有樹出西門八步折而南行四百九十五步見之問荅同前

法曰先置南行步內減一東二西併步餘二百七十一為前泛率次併一南二北內減東行步餘三百一十七為中泛率次併東西步

以南行步乘之於上位又以西行乘南北併
得數減上位餘一十萬二千八百四十爲後
泛率乃以後泛率自乘得一百五億七千六
百六萬五千六百爲三乘方實以前中二泛
相減餘四十六以乘後泛數爲從前中二泛
相乘得八萬五千九百〇七加入二之後泛
數共得二十九萬一千五百八十七於上位
又併東西行（銳案當云又倍東西併）以乘南北併得二
十二萬三百二十加上位通得五十一萬一

千九百七爲第一廉二之前泛數加入四之東西併銳案當云二之南北併加入二之東西併得一千四百五十二於上位又以前中二泛相減餘四十六減上位餘一千四百六爲第二廉一步常法得半徑案此法乃取於又法草中其求第二廉云二之前泛數句誤當云二之四數併若二之前泛數加入四之東西併便得第二廉一千四百零六更不待再減然原文之意不如是也

草曰立天元一爲半城徑加入東行西行併得戌吁爲太勾也又置天元加入南行北行

併得元𝍣𝍮〇為大股也置西行八步以大股乘
之得下式太元𝍢𝍮〇合以大勾除之不除寄為母
便以此為股尖也置南行四百九十五步減
天元得太𝍤𝍬𝍤用分母大勾乘之乘訖得下式
𝍮元𝍠𝍧𝍫〇內減了股尖餘𝍮元𝍠𝍧𝍫〇為小股也內帶大勾分母
置小股合以大勾乘了復以大股除之
為小勾今為小股內已有大勾為母更不須
乘只以小股𝍮元𝍠𝍧𝍫〇便為小勾也內帶大小股為母
勾小股相乘得數為一个小勾股相乘直積

內帶大勾股相乘直積爲分母也乃以半城徑即天元也除之爲一个弦較和也丨[illegible]

此法本取勾外容圓合以弦較和除二積[illegible]爲[illegible]勾外所容之圓今用半天元圓徑除一个積則却得一个弦較和也內依舊帶大積分母也寄左然後再置小股卜[illegible]合用大積乘之緣內巳帶大勾分母今只用大股[illegible]乘之得卜[illegible]爲大積所乘小股於上再置小勾合用大積乘之緣內巳帶大股分母合

只用大勾[illegible]乘之得[illegible]為大積所

乘之小勾也以此小勾減上小股得[illegible]

即帶分小較也又二因小較得此下式[illegible]

[illegible]為帶分二較也又以大勾股直積[illegible]

乘二之天元半圓徑得[illegible]為一个帶

分弦較較也弦較較乘弦較和為二直積既以圓徑除二直積為弦較和則是圓徑為弦較較也今又為半天元圓徑除一積為弦較和故倍天元半徑作一个弦較較也遂將此弦較較加入前二較得[illegible]

亦為一个弦較和也與寄左相消得下式[illegible]

丄〇丅𝍣丄〇丅𝍣丨丅〇丄〇丄〇丅〇開三乘方得一百二十步即半城徑也合問

又法此問係是洞淵測圓門第一十三前荅亦依洞淵細草用勾外容圓術以如於弦較和然其數煩碎宛轉費力今別草一法其廉從與前不殊而中間段絡逕捷明白方之前術極爲省易學者當自知也　立天元爲半徑副之上併加東西行得元𝍡〇爲通勾率下併加南北行得元𝍣〇爲通股率乃置西行八步

以通股乘之得下[illegible]合通勾除不除寄爲母便以此爲南小股也又置南行四百九十五步內減天元得[illegible]用通勾乘之得[illegible]內減了南小股餘下式[illegible]爲股圓差也內帶通勾分母又置北行一十五步以通勾乘之得[illegible]合通股除不除寄爲母便以此爲北小勾也又置東行二百八步內減天元得[illegible]用通股乘之得[illegible]內減了北小勾餘[illegible]爲勾圓差也內帶通股分母乃以二

差相乘得下式[illegible]爲半段圓徑冪

也內帶通積爲母寄左然後以通勾通股相

乘得[illegible]以天元冪乘之得[illegible]元又

倍之得下式[illegible]元爲同數與左相消所

得廉從一與前同合問

案洞淵疑爲古之精於算者序中謂老大

以來得洞淵九容之說而於此問又明其

爲洞淵測圓門第十三題前荅亦依其細

草大抵是書之作皆師其意而演之者也

今測淵之為人與書雖不可考而即此一草觀之其取徑遥深而惟變所適亦可見文豹之一斑矣至謂其數煩碎宛轉費力特為初學難易而言讀者宜善會也

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第十一

測圓海鏡細草卷第十二

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李冶撰

之分一十四問

或問甲乙二人俱在西北隅乙向直東行不知步數而止甲向直南行望見乙復向乙斜行甲告乙云我直行斜行共一千二百八十步汝東行步居我南行步十五分之八

法曰十六之共步冪爲實二百五十七之共步爲益從一十六步常法得勾圓差𠄡。

草曰別得共步即股弦共也立天元一為小差以乘共步為勾冪就分以二百二十五通之得[illegible]元為二百二十五段勾冪寄左然後再置共步內減小差得[illegible]為二股就分四之得[illegible]為一十五勾以自之得[illegible]為同數與左相消得[illegible]平方開之得八十步即小差也既得小差加共步而半之得六百八十步即弦也若以減共步而半之得六百步即股也以股冪減弦冪餘一十萬二千四

百步開平方得三百二十步即勾也勾股相乘倍之得三十八萬四千步爲實以弦和和一千六百步爲法實如法而一得二百四十步即城徑也合問

或問甲乙二人俱在西北隅乙直南行不知步數而立甲直東行望見乙復向乙斜行與乙相會甲云我共行了一千步又云我東行步居汝南行步十五分之八

法曰二百二十五段共步冪爲實七百六之

共步為益從二百二十五步常法得股圓差

𝍢〇

草曰別得共步即勾弦共也立天元一為大差以乘共步得𝍠〇〇〇元又就分以二百五十六通之得𝍡𝍤𝍥〇〇〇元為二百五十六个股羃寄左然後再置共步內減天元大差得𝍠元 𝍠〇〇〇為二勾就分以一十五之得𝍠𝍤元 𝍠𝍤〇〇〇為十六个股也以自之得𝍡𝍡𝍤 𝍣𝍤〇〇〇〇元 𝍡𝍡𝍤〇〇〇〇〇〇為同數與左相消得𝍡𝍡𝍤 𝍦〇𝍥〇〇〇 𝍡𝍡𝍤〇〇〇〇〇〇開平方得三百六十步即大差也副置共步上位

減大差而半之得三百二十步即勾也下位
加大差而半之得六百八十步即弦也餘數
各以法求之合問
或問甲乙俱在西北隅甲南行不知步數而立
乙東行亦不知步數望見甲就甲斜行與之
相會乙云我東行步少於城周九分之五甲
云我南行卻多於汝東行二百八十步問荅
同前
法曰別得周居九分徑居三分乙東行居四

分案此法未詳當加倍較步為實徑分數自之內減二分數為法得數三之卯城徑二十四字。銳案此文當在草曰之下其法蓋脫去耳據術補之當云倍東行步為實徑分自之內減二分為法得一分之數

草曰立天元一為一分之數以三之得𝍢元為徑以四之得𝍣元為勾以徑減勾餘𝍠元為小差只天元便是小差再置小差加入甲多步得𝍠元𝍣。為大差倍大差以天元乘之得𝍡𝍣元為一段圓徑冪寄左再置城徑以自之得下式𝍥〇元為同數與左相消得𝍣。上法下實得八十步

即一分之數也以三之得二百四十步即城徑也合問

或問甲出西門南行不知步數而立乙出北門東行望見甲旣而乙云我所行居城徑六分之五甲云然則我所行却多於汝二百八十步問荅同前

法曰四之却多步爲實分母自之於上半分母減子得數倍之又以減數乘之減上位爲法得一分之數三○

草曰別得卻多步即勾股差也乃立天元一爲一分之數以六之爲城徑以五之爲乙行置乙行內減半城徑得丨元爲小差也又加入卻多步得丨元丨丄〇又二之得‖元‖丨元爲二大差又以小差乘之得丌‖元爲徑冪寄左然後以徑冪‖丨元與左相消得下丨丅‖丨〇上法下實得四十步即一分之數也六之則爲城徑五之則爲乙行又以卻多步加乙行即甲行步也合問

或問甲丙二八俱在西北隅甲向東行不知步數而立丙向南行望見甲與之相會丙語甲云我行旣多於汝又城徑少於我四十分之十六（案四十爲股分十六爲徑當云徑少於我爲四十分之十六原文脫爲字似十六爲股圓差分矣）甲云然則吾二八共行了九百二十步問荅同前

法曰倍子減倍母以乘共行步爲實倍子減倍母以乘子母併數於上又以子羃加上位爲法如法得一十五步卽一分之數也

草曰別得共行步即通和也又別得四十分之十六或作二十分之八或作十分之四亦得但所得之分數不同耳乃立天元一爲一分之數以十六之爲城徑以四十之爲丙行以丙行減和步得[illegible]元[illegible]爲通勾勾內減徑餘得[illegible]元[illegible]爲小差於上以分母分子相減餘[illegible]元又倍之得[illegible]元爲兩个大差以乘上位得[illegible][illegible]元爲圓徑冪寄左 然後以分子十六分自之得下[illegible]元與左相消得[illegible][illegible]上法下實得一十

五步卽一分之數也以十六之得二百四十
步卽城徑也合問
或問甲乙俱立於城中心乙出東門直行不知
步數而立甲出南門直行亦不知步數望見
乙向乙斜行與之相會乙云我行居汝南行
十五分之八又云斜行步內若減甲直行餘
三十四步若減乙直行餘一百五十三步問
荅同前
法曰以云數二減步爲小差大差以相乘倍

之開平方加入大小差併以自之於上又以大小差相較數以自之減上位爲實甲行分乙行分相乘又倍之爲隅法得一分之數𝍦乚

草曰別得云步相併得一百八十七是於皇極弦內少一个皇極黃方面也又別得三十四步是个小勾圓差其一百五十三步是一个小股圓差此二差又相減餘一百一十九即中差也乃立天元一爲一分之數以八之得𝍧元爲乙東行數以十五之得𝍩𝍤元爲甲南行

數以二數相乘又倍之得乍。元爲二直積於
上寄左然後以云步三十四乘一百五十三
得五千二百二又倍之得一萬四百四爲平
方實開之得一百二步卽小黃方也加入相
併數一百八十七得二百八十九爲小弦也
以自之得八萬三千五百二十一爲弦冪於
上以中差冪一萬四千一百六十一減上位
餘冪。與左相消得乍。元冪。平方開之得一十
七步卽一分之數也副置一分之數上位以

八之得一百三十六即乙東行也下位以十五之得二百五十五即甲東行也二位相乘得三萬四千六百八十又倍之得六萬九千三百六十（銳案元本作得三十四萬六千八百又倍之得六十九萬三千六百蓋並誤進一位）爲實以弦二百八十九爲法如法得二百四十步即城徑也合問

或問甲出西門南行乙出北門東行各不知遠近兩相望見復相向斜行各行了三百四十步相會甲云城徑居我南行二分之一乙云

我東行居城徑六分之五問荅同前

法曰以二之斜行步自之爲實以各行分數自之爲羃[案]此語未詳當云以城徑六分乘甲南行二分得十二分加半城徑三分得十五分爲大股分乙東行五分加半城徑三分得八分爲大勾分各自之爲羃。[鋭案]以各行分數下當有各加半城徑分六字又相併爲隅法開平方得一分之數三。

草曰別得倍斜行爲大弦又別得乙行五分城徑六分甲行十二分乃立天元一爲一分之數以六之爲城徑以五之爲乙行分以十

二之為甲行分乃副置半城徑上位加甲行
步得一十五以自之得二百二十五為甲行
冪下位加乙行步得八以自之得六十四為
乙行冪二冪又相併得𝍡𝍯𝍨元為大弦冪寄左
然後置大弦六百八十步以自之得𝍣𝍮𝍡𝍫〇〇太與左
相消得𝍡𝍯𝍨元𝍣𝍮𝍡𝍫〇平方開之得四十步即一分
之數也以六之得二百四十步即城徑也合
問
或問甲出西門南行不知步數而立乙出北門

東行見之乙斜行與甲相會甲乙二八其行了一千三百六十步其甲南行居斜十七分之十二其乙東行居斜十七分之五問荅同

前

法曰別得共步卽二弦也半共步得六百八十步副置之上位以五之得三千四百以十七而一得二百步卽乙東行也下位以十二之得八萬一千六百以十七而一得四百八十卽甲南行也二行相減餘二百八十卽勾

股差也其餘各依數求之合問

或問甲出西門南行不知步數而立乙出北門東行望見之旣而乙謂甲云我取汝六分之五得六百步甲謂乙云我取汝五分之三亦得六百步問荅同前

法曰如法求得各行步〔案見後草〕相併以自之於上併甲南行冪乙東行冪以減上爲實併各行爲從半步常法得全徑

草曰置丨乙取甲六分丨之五丨丨六百步以丨甲取乙五分丨之三丨丨六百步以

上六分五分各自直乘步數訖

得八六分丨之五丨三千六百步五分丨之三丨三千步　別得右行三千

六百步爲六乙行五甲行也左行三千步爲

五甲行三乙行也以方程法入之　乃再置

五甲行丨六乙行丨三千六百步五甲行丨三乙行丨三千步　先以左行直減右行

右上空中餘三乙行下餘六百步上法下實

得二百步卽乙行也却以今右行減於元左

行上餘五甲行中空下餘二千四百步上法

下實得四百八十步卽甲行也既得此數乃

立天元一爲城徑以半之副置二位上以加
甲行得 爲通股以自之得 爲大
股冪下位加乙行得 爲通勾以自之得
 爲大勾冪二冪相併得 爲大
弦冪寄左 乃併甲行乙行以自乘得下式
亦爲大弦冪與左相消得下 開平方
得二百四十步即城徑也合問
或問甲從坤隅南行不知步數而立乙從艮隅
東行望見之既而乙謂甲云我所行取汝所

行三分之一得二百步甲謂乙云我所行內減汝所行四分之三得三百步問荅同前

法曰如法求得各行步案見後草以相乘又二之開平方得全徑

草曰置八乙取甲三分丨之一丨二百步甲取乙四分丨之三丨三百步以上三分四分直乘步數訖得三分丨之一丨六百步四分丨之三丨一千二百步別得右行六百步爲三乙行一甲行也左行一千二百步爲四甲行內少三之乙行步也以方程法入之　乃再置

八（一甲行｜三乙行‖六百步 四甲行｜三乙行負｜一千二百步）先以左行直加右行右上得五甲行中空下一千八百步上法下實得三百六十步即甲行也次以一甲行減元右行六百步餘二百四十步以中三除之得八十步即乙行步也甲行乙行二數相乘得數又倍之開平方即城徑也合問

或問股圓差如股五分之三勾圓差如勾四分之一又云其大小差相減餘二百八十步問

荅同前

法曰二之中差爲實置股子以勾母乘之內
減股母爲法得小差𝍯〇
草曰別得勾圓差卽小差股圓差卽大差云
步卽中差乃立天元一爲小差以四之爲勾
勾上加中差得𝍢𝍭𝍡〇太爲股又三之得𝍭𝍡〇太𝍫𝍢爲
五个大差也內減五之天元得𝍫𝍢〇元爲五个
中差也寄左乃以五之相減步𝍭〇〇與左相消
得𝍩𝍡𝍢〇上法下實得八十步卽小差也合問
或問股圓差如股五分之三勾圓差如勾四分

之一又云勾母每分少於股母每分四十步

問荅同前

法曰二之少步爲實以股子母相減數減勾子母相減數爲法如法得小差𝍰〇

草曰立天元一爲勾圓差便爲勾母每分數以天元加四十步得丨元𝍣〇爲股母每分數於上乃以股子減股母餘二分以乘上位得𝍢𝍯〇元爲城徑寄左　再置天元在地以勾子減勾母餘三分以乘之得𝍢〇元爲同數與左相消

得下卜訖上法下實得八十步卽勾圓差也

合問

或問甲出南門直行乙出東門直行望見甲斜行與甲相會甲云我行不及股圓差二十四分之十五乙云我行不及勾圓差五分之四又云甲行多於乙行一百一十九股圓差多於勾圓差二百八十問荅同前

法曰以大差母分二十四以乘甲多步一百一十九得數倍小差母五得一十以乘之於

上以小差母五乘二之二差相較數又九之減上位爲實倍小差母得一十却以小差乘之又九之於上倍甲分母以小差母乘之得數減上位以爲法得一分之數丅

草曰立天元一以爲小差一分之數此一分之數便是乙直行也以五之得𝍤爲小差加二百八十得下𝍤元 𝍡𝍰〇爲大差又倍之得𝍠〇元 𝍤𝍮〇以小差乘之得下式𝍤〇元 𝍡𝍰〇〇【銳案】小差本爲元此及下文倍小差母得一十以乘之並退一位爲太爲一个圓徑冪又九之得𝍣𝍭〇元 𝍡𝍭𝍡〇〇寄左乃

又置乙行步加一百一十九元𝍠𝍣即甲行步也以二十四之得𝍡元𝍡𝍢𝍣𝍫為九个大差也倍小差母得一十以乘之得𝍡元𝍣𝍣𝍬為同數與左相消得𝍢元𝍡𝍩上法下實得一十六步即小差一分之數也既得此數餘各如法求之合問

或問大勾大股大弦三事和一千六百步以明勾除大股得八步三分之一以叀股除大勾得一十步三分之二以虛勾明勾相減餘二十四步以虛股叀股相減餘六十步問荅同

前

法曰倍六十步加入大三事和又三之二而

一爲實併二云數分母分子內減六步爲法

如法得直股三十

草曰別得六十步與二十四步二數相併而

半之得||||=卽明勾直股差也又爲虛勾虛股

差也若以二數直相減卽虛黃方也其二十

四步得二虛勾卽半徑也其六十步得二直

股亦爲半徑也立天元一爲直股加差步得

元𝍡爲明勾也以乘八步三分之一得𝍡元𝍥𝍢〇
爲大股也以天元乘一十步三分之二得𝍢元
爲大勾也勾股相併得下𝍣元𝍥𝍢〇爲大和也寄
左然後四之天元加入二之六十步得𝍢𝍥太
爲小三事和以小三事和加入大三事和爲
二个大和也合折半爲大和了又就分三之
爲前數今不折半三因但身外加五得元𝍣〇
爲同數與左相消得𝍤𝍣〇上法下實得三十
步即直股也四之直股加入二之六十步得

二百四十步即城徑也合問

案之分即通分也張邱建謂學者不患乘除之爲難而患通分之爲難又謂夏侯陽之方倉孫子之蕩杯皆未盡其妙於是作爲算經三卷以發其意是書末設十四問皆以立天元一之法御之尤爲簡妙殆所以明立天元一之法其用無不周也又案問中兩言以方程入之張邱建算經內數問亦然葢有通分而乘除不窮有方程而

通分益便此又因通分及之非立天元一
本法也秦九韶謂時人誤以大衍法為方
程者葢此類也
案右書十二卷皆為立天元一法而作也
其法神明變化不可端倪今略舉數端言
之如諸法中有求之不可得者此法求之
可得若此法求之不可得者則必不可求
矣又諸法中有難求者雖強探力索毫釐
未至則不可得此法但知大意不待深思

加以步算即可得矣又諸法中有所求或先得彼而後得此者不能移易此法任其所求或先得此或先得彼無不如志又諸法有數始可求一數不具則不可求此法數不具亦可求且有無數即可求者又諸法遇甚繁甚密者須次第步算或累日累月其功不能再省此法有經年步算可約之頃刻而得者凡此皆尋常智慮所不能及要皆自然之理數易知易從然自不習

者觀之蓋有茫然莫解其故者矣是書之作殆深憂傳習者難其人而其法遂泯於後世也其謄寫魯魚算式舛譌今悉正之

元和李鋭覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第十二

敬齋先生測圓海鏡後序

敬齋先生病且革語其子克脩曰吾平生著述死後可盡燔去獨測圓海鏡一書雖九九小數吾常精思致力焉後世必有知者庶可布廣垂永乎　先生於六藝百家靡不串貫文集近數百卷常謙謙不自伐惟於此書不忘稱異於易簀之閒想有元妙內得於心者予以　先生與先人同牓之故素常兄事克脩克脩兄命予重爲序之予不敢詭論豔藻刻畫無鹽唐突西子

直以所聞語意載之於後至元二十四年春三月朔翰林修撰承直郎廣平王德淵後序

天元如積之學盛於元亡於明而復顯於
本朝梅文穆公赤水遺珍天元一卽借根方解
發三百年來算家之蒙可謂有功矣惟立天元
術相消與借根方兩邊加減實有不同文穆於
此似猶未達其旨蓋相消之法大略與方程直
除相似但以右行對減左行或以左行對減右
行故曰相消西人易爲加減雖得數不殊究不
如古法之簡且易也浙江學使阮閣學芸臺先
生學貫天人振興絕業以言立天元者莫詳於

海鏡惜其流傳未廣將重付剞劂出所藏舊鈔本寄示命爲校勘爰依術布算訂其算式閒有轉寫脫漏設數偶合處輒因管見所及是正其譌凡若干條極知固陋無補古人質之閣學幸垂誨焉嘉慶二年三月十九日元和李銳跋